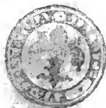
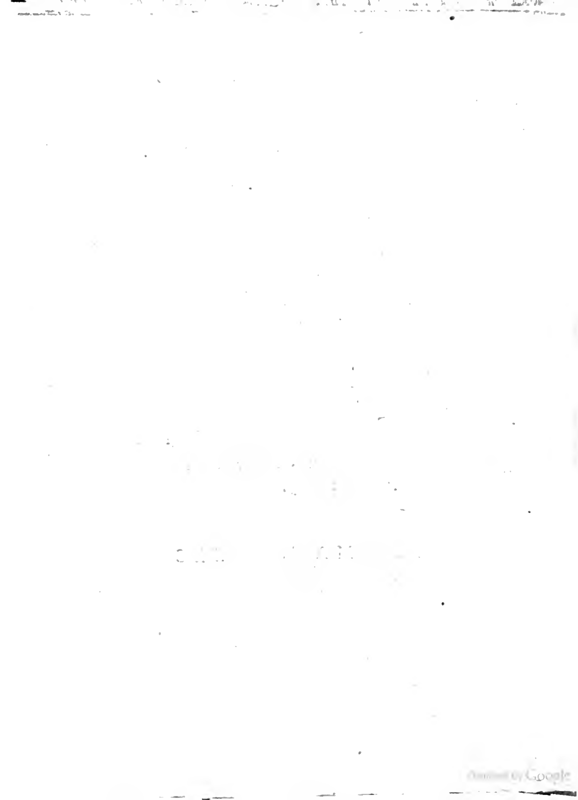
QVADRATVRA CIRCULI, CVBATIO SPHÆRÆ, DVPLICATIO CVBI,

Una cum Responsione ad objectiones Geometriæ Professoris Saviliani Oxoniæ editas Anno 1669.

Authore THOMA HOBBES Malmesburiensi.







Ad Sereniſſimum Principem

C O S I M U M

MAGNUM-PRINCIPEM

E T R V R I Æ,

Epiſtola Authoris Dedicatoria.



Uo tempore (MAGNE PRINCEPS) Celſitudo tua cum dignitate ſua ſumma, & populi univerſi plauſu Anglorum terram, Urbes, ſcientiarumque domicilia illuſtrabat; recentem à prælo opellam hanc Celſitudini tuæ (humanitatis ſuæ radiis etiam ad me penetrantibus excitatus) cupiebam dedicare; ſed antequam id facerem, æmulorum meorum reprehenſiones expectandas eſſe cenſui, certus niſi refellerent, non indignum fore quantocunque patrocinio hoc munuſculum. Prodiit autem nuperrimè refutatio ex Academia Oxonienſi; typis Academicis, Authore, Geometriæ publico Profeſſore; argumentis Arithmeticis. Illius ergo meiſque collatis rationibus, quæ in Titulo operis pollicitus ſum, confirmare de-

beo; & facio accuratè in libello hoc quem tibi nunc offero, brevem ut occupato; tibi ut certaminum hujusmodi incorrupto, nec imperito Judici. Scio Philosophiam seriam unicam esse (quæ versatur circa pacem & fortunas Civium) Principalem; cæteras nihil esse præter ludum. Ludimus enim otiosi, in Nominibus Grammatici, in Syllogismis Logici; in Sonis Musici; in Numeris Arithmetici; in motu Physici; in Figuris Geometræ, dum otium nostrum negotia tuentur Principum. Nec tamen nihil agere videmur nobismet ipsis. Prædia sunt Geometris Problemata, possidentque ea plerique quasi Iure Feudali ab antiquis Geometriæ Dominis Euclide, Archimede, aliisque per servitudinem & pertinaciam. Schola illis Prætorium est, ubi verum constituunt suo arbitrio. Iure occupationis Inventum novum non acquiritur, nimirum, quod quisque Ingenii sui proprium opus esse judicavit, si parum festinanti præripiat alter, Injuria est. Legem hanc, supercilio damnari, iniquam non patior. Ratio, si afferatur, vincat. Sed Lectori neque intellectum neque patientiam præstare debeo. Itaque provoco ad exteros, atque etiam ad posteros sub tuo (MAGNE PRINCEPS) nomine, cui quæ cupis omnia Deus comprobet, & quæ agis fecundet.

Serenissimæ Celsitudinis tuæ

Servorum humillimus,

THOMAS HOBBES.

QVADRATVRA CIRCVLI.

PROP. I.

Circulo dato Quadratum invenire æquale.

SIt (in Figura prima) Circulus datus BCDE, cujus centrum A, divisus quadrifariam à diametris BD, CE. Circulo huic circumscribatur quadratum FGHT, quod tangit circulum in punctis B, C, D, E. Ducantur diagonales GI, HF secantes circulum in punctis K, L, M, N. Secetur semilatus CG bifariam in O, ducaturque AO secans circulum in P. Per punctum P ducatur recta QR parallela GH, secans AG, AH in Q & R, & AC in Y, compleaturque quadratum QRST. Dico quadratum QRST æquale esse Circulo BCDE dato.

Quoniam enim recta CG secta est bifariam in O, & triangulorum ACG, AYQ bases CG, YQ sunt parallelæ, etiam basis YQ secta est bifariam in P, & proinde triangula AYP, APQ sunt æqualia.

In arcu LC sumatur arcus LV æqualis arcui CP, ducaturque AV, secans YP in X.

Jam APL † PQL † CYP = AVL = ACP (quia APL † PQL = AYP.) Nam ACV † AVP = ACP = AVL.

Quare APL † PQL † CYP = ACV † AVP.

Ablatis igitur utrinque æqualibus APL, ACV, restant PQL † CYP = AVP.

Quoniam ergo AVP Sector additus Sectoribus duobus ACV, APL facit integrum Sectorem, ACL; etiam duo trilinea PQL, CYP addita Sectoribus iisdem ACV, APL facient quantitatem æqualem Sectori integro ACL.

Iam trilineum PQL additum Sectori ALP facit triangulum APQ. Et (quia ALP, ACV Sectores sunt æquales, & triangula AYP, APQ æqualia) trilineum idem PQL additum Sectori ACV facit triangulum AYP.

Si ergo PQL, CYP sunt æqualia, totum triangulum AYQ æquale erit Sectori integro ACL. Sin PQL sit majus vel minus quam CYP, triangulum AYQ erit majus vel minus Sectore ACL. Aut ergo in triangulo ACG triangulum rectangulum, cujus vertex sit A, æquale Sectori ACL sumi nullum potest, aut PQL, CYP sunt æqualia. Nam, si ACV,

 ALP,

ALP, æqualibus addatur dimidium Sectoris vtrinque, fient duo triangula Sectori ACL æqualia. Itaque quantum trianguli alterius, erit intra circulum, tantum alterius erit extra. Quod fieri impossibile est præterquam in concursu rectæ AO cum RQ, & CL, ad P. Alioqui enim aut triangulum aut quantitas AVP non dividetur bifariam.

Aliter, Directè.

Sector ACP superat Sectorem ACV quantitate AVP. Ergo ACP superat triangulum AYP quantitate AVP — CYP. Superat autem quantitate ipsa CYP. Sunt ergo AVP — CYP & CYP æqualia.

Addito ergo utrinque CYP, erunt AVP & 2 CYP æqualia. Et quia AVP æqualis est ambobus spatiis PQL, & CYP, erunt PQL & CYP æqualia.

Aliter, Directè.

Trilineo CVP ablato à Sectore AVP, restat triangulum AXP. Ergo trilineo toto CYP ablato ab eodem Sectore AVP, restabit triangulum AYP.

Ergo Sector ACP superat triangulum AYP quantitate AVP — CYP. sed AVP — CYP est æquale PQL.

Itaque Sector ACP superat AYP quantitate PQL. Ergo CYP & PQL sunt æqualia. Addito ergo vtrinque CYP, erunt AVP & 2 CYP æqualia. Et est ergo Sector AVP duplus trilinei CYP. Cum igitur idem AVP æqualis sit ambobus trilineis PQL & CYP, erunt ipsa PQL & CYP inter se æqualia. Quorum alterum PQL totum prominet extra Sectorem ACL, alterum nempe CYP totum in eodem Sectore ACL est immersum.

Quare triangula AYP, APQ simul sumpta, id est octava pars totius quadrati QRST, æqualia sunt duobus Sectoribus ACP, APL simul sumptis, id est octavæ parti totius circuli BCDE dati; & totum quadratum QRST æquale circulo integro BCDE.

Aliter.

Si triangulum rectangulum AYQ Sectori ACL æquale non sit; supponatur triangulum aliud (primò) minus quam AYQ sed simile, habens verticem in A; latus aq, & basim yq; æquale esse Sectori

ctori ACL. Basis autem γq secet arcum CL in p, & rectas AO, AG in r & q.

Quoniam igitur triangulum A γq æquale est (ut supponitur) Sectori ACL, erunt trilinea q L p, C γp æqualia. Et quia supponitur q L p dimidium esse Sectoris AVP erit sector ACV una cum trilineo C γp æquale Sectori ALP una cum trilineo q L p idemque æquale triangulo A $q r$. Rursus quia triangulum A γq æquale est Sectori ACL, erunt trilinea q L p & C γp æqualia, & ambo simul æqualia Sectori AVP. Et proinde ACV + C γp æquale dimidio Sectori ACL, id est triangulo A γr. Totum parti; quod est absurdum. Similiter Sector ALP una cum trilineo q L p æquale erit triangulo A $q r$ id est pars toti. Quod est absurdum.

Si A γq sumeretur supra triangulum AYQ idem sequeretur absurdum. Est ergo triangulum ipsum AYQ æquale Sectori ACL. Id est octava pars quadrati QRST, duobus Sectoribus ACP, APL simul sumptis, id est octavæ parti totius circuli BCDE dati; & totum quadratum QRST æquale circulo integro BCDE.

Inventum est ergo Circulo dato Quadratum æquale.

Cor. Si Centro A semidiametro A b, quæ sit media proportionalis inter latus AC & ipsius dimidium, describatur arcus circuli secans AO in b & AV in c, & AC in h, erit tum Sectorculus A $b c$, tum quadrilineum VP $b c$, æquale trilineo CYP. Præterea, si à puncto b ad latus AC ducatur perpendicularis $b e$, erit trilineum $h b e$ dimidium trilinei CYP.

Coroll. 2. Sequitur etiam, Excessum quadrati ABGC supra quadrantem ABC esse ad excessum quadrantis ejusdem supra dimidium quadrati ABGC ut 2 ad 3.

Ducta enim à puncto L ad latus AC perpendiculari L h, erit triangulum AL h dimidium trianguli AGC.

Jam triangulum AGC ad triangulum AYQ est ut 5 ad 4.

Ergo trapezium CYQG est 1, quorum triangulum AGC est 5, & triangulum AYQ, 4, & triangulum ALh $1\frac{1}{2}$. Et quia triangulum AYQ Sectori ACL est æquale, triangulum AGC est 5, quorum Sector ACL est 4.

Ergo trilineum CLG est unum, quorum Sector ACL est 4; idemque trilineum CLG æquale est trapezio CYQG.

Quoniam ergo triangulum ALb est $1\frac{1}{2}$, quorum trilineum CLG est 1, & trilineum CLBG (ipsius CLG duplum) 2 (qui est Excessus quadrati ABGC supra quadrantem ABC) & trilineum CL h duplicatum (nempe excessus quadrantis ABC supra AL h duplicatum) erit 3, quorum trilineum CLBG est 2. Est ergo excessus quadrati ABGC supra quadrantem ad

ex-

exceſſu n quadrantis ſupra dimidium quadrati ABGC, ut 2 ad 3. Quod erat demonſtrandum.

CVBATIO SPHÆRÆ.

PROP. II.

Sphæræ cujus diameter eſt CE *æqualem invenire Cubum.*

SI enim (ſuppoſito quod planum quadrati FGHI ſit in Horizonte) erigantur in punctis C, Y, P, Q, L, ϵ, B, γ, T, K, δ, E, π, ε, S, N, ζ, D, η, R, M, θ, perpendiculares altitudine quanta eſt recta AC ſupra Horizontem; planum ductum per illarum terminos erit quadrato FGHI parallelum; & diſtinctum partibus iiſdem quibus diſtinguitur quadratum ipſum FGHI in dictis punctis. Atque idem continget ſi eædem perpendiculares productæ ſint ad eandem altitudinem AC infra Horizontem.

Similiter ſi in punctis Q, P, θ, R, η, ζ, S, ε, δ, T, γ, ϵ, in altitudine AY erigantur perpendiculares ſupra Horizontem, planum ductum per illarum terminos erit quadrato QRST parallelum. Atque idem continget etiam infra Horizontem, eruntque facti duo Cubi quorum latera ſunt GH & QR. Super centrum A conſtituatur quadratum *adfg* æquale duabus tertiis totius quadrati GHIF. Quoniam ergo quadratum QRST æquale eſt circulo BCDE; ſi ad puncta Q, R, S, T, erigantur rectæ perpendiculares quarum unaquæque æqualis ſit diametro CE, fiet ſolidum rectangulum æquale Cylindro conſtituto in eadem altitudine CE.

Hujus Cylindri duæ tertiæ æquales ſunt (per Archimedem) Sphæræ à diametro CE; nempe Parallelipipedum rectangulum cujus altitudo eſt *ag*, & duæ dimenſiones reliquæ ſunt TR & QR, æquale erit ſphæræ. Inter latus TQ, & altitudinem *ag* ſumatur media proportionalis *kn*, compleaturque quadratum *klmn*. Quoniam ergo latera TQ, *kn*, *ag* ſunt continuè proportionalia, erit quadratum *klmn* æquale rectangulo ſub TQ, *ag*. Quare quadratum *klmn* ductum in ſuum latus *kn* æquale erit ſolido ſub TQ, *kn*, *ag*. Quoniam ergo ratio quadrati *akn* ad quadratum *abag* duplicatæ eſt rationis quam habet altitudo *kn* ad *ag*, & altitudo TQ ad altitudinem *ag* duplicatam habet rationem ejus quam habet altitudo TQ ad altitudinem *kn*, erunt baſes ſolidorum ſub TQ, *kn*, *ag* & altitudines eorundem ſolidorum reciprocæ. Quare (per Eucl. El. 11. prop.

prop. 34) cubus à kn, & solidum sub TQ & quadrato ab ag sunt æqualia. Sed solidum sub TQ & quadrato ab ag æquale est sphæræ cujus diameter est CE. Quare Cubus à kn æqualis est Sphæræ eidem. Inventus ergo est Cubus Sphæræ æqualis.

PROP. III.

Invenire rectam æqualem arcui C L.

Repetatur in Fig. 2ª pars Figuræ primæ, in qua quadratum QRST æquale est circulo BCDE. Centro A, intervallo AY describatur arcus circuli secans AO in d, & AG in b; & per punctum d ducatur recta Zc parallela GC secans AC in Z, & AG in c.

Dico rectam Zc æqualem esse arcui CL.

Nam CG, YQ, Zc sunt continuè proportionales. Et (per Archimedem de Dimensione Circuli) triangulum rectangulum cujus latus unum circa angulum rectum æquale est perimetro circuli, & latus alterum æquale semidiametro, æquale est totius circuli areæ.

Ergo rectangulum sub semiperimetro & radio æquale est areæ ejusdem circuli.

Ergo rectangulum sub parte quarta perimetri & radio æquale est areæ semicirculi BCD.

Ergo rectangulum sub octava parte perimetri & radio, id est rectangulum sub AC & arcu CL, æquale est areæ quadrantis ACB.

Ergo quadratum à media proportionali inter AC & arcum CL æquale est areæ quadrantis ejusdem ACB.

Sed quadratum ab YQ æquale est areæ quadrantis ACB.

Ergo YQ est media proportionalis inter AC vel CG, & arcum CL.

Sed YQ est media proportionalis inter CG & Zc.

Ergo Zc æqualis est arcui CL sive octavæ parti totius perimetri BCDE, id est semissi arcus CB.

PROP. IV.

Si in latere CG producto sumatur G i dupla rectæ Z c, jungaturque B i secans AC in e; erit arcus quadrantis descripti radio A e æqualis lateri GC.

Cum enim recta Zc æqualis sit arcui CL, erit recta Gi æqualis arcui BC. Sunt autem triangula BGi, BAe similia. Quare ut Gi ad BG,

 ita

ita BA (id est BG) ad A*e*. Sed G*i* æqualis est arcui quadrantis descripti radio BG. Quare latus BG æquale est arcui quadrantis descripti radio A*e*.

Sequitur hinc arcum *ef* secantem AG in *f*, & AO in *g* æqualem esse semissi lateris AC, & esse ad rectam Z*c* ut radius ad quadrantem suæ perimetri.

P R O P. V.

A puncto L *ducatur recta* Lh *parallela lateri GC secans AC in* h; *&* e b *parallela eidem lateri GC, secans AG in* b, *& AC in* e. *Dico jam tres rectas* Zc, hL, *e b sive AZ , Ah, Ae esse continuè proportionales.*

CVm enim G*i*, AC, *eb* sint continuè proportionales , item AG , AC, *h*L continuè proportionales, & AC utrobique media , erit ut G*i* ad AG ita reciproce *h*L ad *eb*. Quare ut G*i* ad AG (id est Z*c* semissis ipsius G*i* ad *h*L semissem ipsius AG) ita *h*L ad *eb*.

Sunt ergo Z*c*, *h*L, *eb* sive AZ, A*h*, A*e* continue proportionales.

Constat hinc rectam AQ æqualem esse duplæ *eb*.

Constat præterea arcum Z*n* ductum à radio AZ & terminatum in AG, & rectam L*h* secare rectum AO in uno & eodem puncto; alioqui non essent Z*c*, *h* L, *eb* continue proportionales.

P R O P. VI.

Vt latus CG vel AC, ad Zc sive AZ , ita est Ae ad semissem lateris CG vel AC.

SEcetur enim AC bifariam in *k*, ducaturque *kl* parallela CG secans AG in *l*. Quoniam ostensum est G *i*, CG, A *e* esse continue proportionales, erit ut GC ad semissem G*i*, ita A*e* ad semissem lateris CG, id est ut AC vel CG ad Z*c* vel AZ, ita A*e* vel *eb* ad A*k* vel *kl*.

PROP.

PROP. VII.

Quadratum ab AZ vel Zc æquale est decem quadratis à quarta parte lateris AC.

QVadratum enim ab AO æquale est quinque quadratis à semi-radio CO, id est viginti quadratis à quarta parte AC. Sed AO, Ac sunt æquales. Quare quadratum ab Ac æquale est viginti quadratis à quarta parte AC. Sed quadratum ab Ac duplum est quadrati ab AZ vel Zc. Ergo quadratum ab AZ vel Zc æquale est decem quadratis à quarta parte lateris AC.

Coroll. Quadratum à Gi quadruplum est quadrati ab AZ, & proinde quadratum à Gi æquale est 40 quadratis à quarta parte lateris AC.

PROP. VIII.

Viginti quinque quadrata à quinta parte arcus BC vel rectæ Gi æqualia sunt decem quadratis à semi-radio CO.

NAm viginti quinque quadrata a quinta parte arcus BC æqualia sunt quadrato ab ipso arcu BC sive à recta Gi, id est (per præcedentem) decem quadratis à semi-radio CO; vel (quod idem est) 40 quadratis à quarta parte lateris AC.

Corollarium.

1. Decem quadrata à quinta parte arcus BC sunt æqualia quatuor quadratis à semi-radio CO, id est ipsi quadrato ab AC; quia est ut 25 ad 10 ita 10 ad 4.

2. Item quadratum à duabus quintis arcus BC æquale est quadrato ab Ae, quia est ut 25 ad 10, ita 10 ad 4, & sunt arcus BC, radius AC, & recta Ae, continue proportionales.

3. Item arcus quadrantis descripti à Gi ut semi-diametro æqualis est quintuplo semi-radio CO.

Quadratum enim ab AC ad quadratum ab arcu BC est ut 4 ad 10, ratio autem 4 ad 10 semissis est sive subduplicata rationis 4 ad 25, quare

 arcus

arcus descriptus à Gi erit latus quadrati quod est æquale viginti quinque quadratis à semiradio CO, quia quadratum ab AC, & quadratum à Gi, & quadratum à quintupla CO sunt continue proportionalia.

4. Item quintupla CO, recta Gi, recta CG, recta Ae, & $\frac{2}{5}$ radii AC sunt continue proportionales.

Quorum enim Gi potest 25, eorundem AC potest 10. Quorum ergo AC potest 25, eorundem Ae potest 10. Est ergo Ae, media proportionalis inter AC & duas quintas ejusdem.

Ergo quintupla CO, recta Gi, &c.

5. Eadem Ae æqualis est duabus quintis arcus BC. Nam quadrata à Gi, AC, Ae, sunt ut $\frac{25}{25}$, $\frac{10}{25}$ & $\frac{4}{25}$. Quare latus Ae est $\frac{2}{5}$ arcus BC.

Notandum quod rectæ Gi, Ac, Ae dupliciter æstimantur, uno modo per partes arcus BC, alio per partes radii AC.

P R O P. IX.

Si à puncto n *ducatur recta* nm *parallela CG secans AC in* m; *Dico septem rectas AC, AY, AZ, A* h, *A* e, *A*m, *A*k, *esse continuè proportionales.*

Cum enim AC, AY, AZ sint continue proportionales per constructionem; ostensumque sit AZ, Ah, Ae esse continue proportionales; positis ordine quantitatibus AC, AY, AZ, Ah, Ae, ratio AC ad Ae erit (per Eucl. 14. 28.) duplicata rationis AY ad Ah. Sed ratio AY ad AZ subduplicata est rationis AC ad AZ. Quare ratio AY ad AZ eadem est cum ratione AZ ad Ah vel Ah ad Ae. Sunt ergo AC, AY, AZ, Ah, Ae continuè proportionales. Rursus, quia AC, Ah, Ak sunt continue proportionales (nam Ah æqualis est dimidiæ diagonali AG) & AZ, Ah, Ae sunt ostensæ continuè proportionales; erit ut AC ad AZ, ita reciproce Ae ad Ak.

Quia denique tres rectæ Ab, An, Al sunt æquales tribus AY, AZ, Ah continue proportionalibus, etiam ipsæ sunt continue proportionales.

Sunt ergo septem rectæ AC, AY, AZ, Ah, Ae, Am, Ak continue proportionales.

Propositio hæc sine alia demonstratione, perspicua est ab ipso Diagrammatis intuitu. Impossibile enim est, ut septem rectæ continue propor-

portionales ſint in ratione CG ad QY, niſi arcus ab antecedente deſcriptus, & recta proxime conſequens ſe mutuo ſecent in recta AO; ut quemadmodum arcus ab AC ſecat YQ in P, ita arcus ab AY ſecet Z*c* in *d*.

PROP. IX.

Calculus numericus quadratorum à ſeptem antedictis rectis AC; AY, AZ, &c.

Manifeſtum eſt (per Eucl. 1. 47.) quod quadratum ab AO ad quadratum ab AC vel AP. eſt ut 5 ad 4, quia GC æqualis AC ſecta eſt bifariam in O; & eſt ut AO ad AC vel AP, ita AP ad AY vel YQ.

Rurſus, quia YQ parallela GC ſecta eſt bifariam in P, quadratum ab AY vel YQ eſt ad quadratum à Z*c* ut 5 ad 4; quia GC, Z*c* ſunt parallelæ, & recta AO ſecat arcum Y*b* ad *d*, & dividitur Z*c* bifariam in *d*.

Item quadratum à Z*c* (quod eſt 10 quorum AC quadratum eſt 16) eſt ad quadratum ab *b*L, (quod eſt octo, quorum AC quadratum eſt 16) ut 10 ad 8, id eſt ut 5 ad 4.

Item, quoniam quadratum ab AC oſtenſum eſt æquale 10 quadratis à quinta parte arcus BC, dimidium ejus, hoc eſt quadratum ab *b*L æquale eſt quinque quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed oſtenſum eſt rectam *e b* vel A*e* æquale eſſe duabus quintis arcus BC, & proinde quadratum ejus æquale eſſe quatuor quadratis à quinta parte arcus BC.

Eſt ergo quadratum ab *b*L, ſive A*b* ad quadratum ab *e b* ſive A*e* ut 5 ad 4.

Poſtremò, cum quadrata ab AC, AZ, A*e*, ſint continue proportionalia in ratione 16 ad 10, ſive 10 ad $6\frac{1}{4}$, erit quadratum ab A*e* $6\frac{1}{4}$ eorum quorum quadratum ab A*m* ſunt quinque (nam A*m* eſt ſemiſſis rectæ AO) & quadratum ab A*k* 4. Sed $6\frac{1}{4}$. 5. 4. ſunt continue proportionales in ratione 5 ad 4. Nam multiplicatis omnibus per 4 fiunt (ratione non mutata) 25, 20, 16, quæ ſunt in continua ratione 5 ad 4.

Etiam (intermiſſis quadratis alternis) quia quadratum ab A*c* eſt $\frac{10}{25}$ quadrati ab arcu BC, & quadratum ab AZ eſt $\frac{10}{16}$ quadrati ab AC, erit quadratum ab AC, ad quadratum ab AZ, ut 25 ad 16, id eſt,

 in

in duplicata ratione 5 ad 4. Deinde, quia AZ est æqualis semissi arcus BC, quadratum ejus erit quarta pars quadrati ab arcu BC, id est, quorum quadratum ab arcu BC est 25, eorum quadratum ab AZ est $6\frac{1}{4}$. Quia autem quadratum ab AC est $\frac{10}{25}$ ejusdem quadrati ab arcu BC, quadratum ab *h*L erit $\frac{5}{25}$. Sed quadratum ab *e b* est $\frac{4}{25}$. Est ergo rursus quadratum ab AZ ad quadratum ab *eb* sive A*e* in duplicata ratione 5 ad 4. Nam $6\frac{1}{4}$. 5.4. sunt continue proportionales.

Quare calculus Arithmeticus demonstrationi Geometricæ proxime præcedenti non repugnat.

Est autem calculus alius Arithmeticus, etiam verus, qui repugnat; demonstrationem tamen non destruit. Procedit autem calculus quem dico per Regulam auream.

Exempli causa, ostensum est quadratum à CG æquale esse 10 quadratis à quinta parte arcus BC, & rectam AQ duplam esse rectæ A*e*, & quadratum ab A*e* æquale esse 4 quadratis à quinta parte arcus BC, & proinde quadratum ab AQ æquale esse sedecim quadratis à quinta parte arcus BC, & quadratum ab YQ æquale esse 8 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC; denique quadratum à CG ad quadratum ab YQ esse ut 10 ad 8.

Examinemus hæc jam per Regulam auream. Multiplicetur 8 in se, factus erit 64, qui divisus per 10 facit quotientem $6\frac{2}{5}$ pro quadrato à Z*c*. Sed quadratum à Z*c* est quarta pars quadrati à toto arcu BC, sive quarta pars 25 quadratorum à quinta parte arcus BC; & proinde erit $6\frac{1}{4}$ quorum CG quadratum est 10. Quare $6\frac{2}{5}$ & $6\frac{1}{4}$ debent esse æquales, nec sunt. Differunt enim in ratione $\frac{2}{5}$ ad $\frac{1}{4}$, id est ut 8 & 5, & vel 16 & 10.

Rursus, quadratum à Z*c* æquale est 10 quadratis à quarta parte lateris CG, & quadratum ab *h*L æquale est 8 quadratis ab eadem quarta parte lateris CG. Quare quadratum ab *e b* deberet esse æquale $6\frac{2}{5}$ quadratis à quarta parte lateris CG. Sed quadratum ab *e b* sive A *e* ostensum est æquale $6\frac{1}{4}$ quadratis à quarta parte lateris CG. Itaque iterum reperitur dissensio similis prioris.

Rursus, quia quadratum à CG æquale est 10 quadratis à quinta parte arcus BC, quadratum ab *h*L (quod est dimidium quadrati à CG) erit æquale 5 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed quadratum ab *e b* ostensum est æquale esse 4 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Est ergo quadratum ab *h*L ad quadratum ab *e b* ut 5 ad 4. Fiat jam (juxta

Regu-

Regulam auream) ut 5 ad 4 ita 4 ad tertiam , eritque illa tertia $3\frac{1}{5}$ pro quadrato rectæ *m n*. Quoniam autem recta AO vel A*c* ostensa est media proportionalis inter arcum BC & ejus semissem, erit quoque *m n* (quæ est semissis rectæ AO) media proportionalis inter arcum quadrantis descripti ab A*b* & semissem ejus , id est inter Z*c* & semissem ipsius Z*c*. Quadratum autem à Z*c* æquale est $6\frac{1}{4}$ quadratis à quinta parte arcus BC. Quadratum ergo ab *mn* æquale est $3\frac{1}{8}$ quadratis à quinta parte arcus BC. Differunt ergo rursus eadem ratione qua ante. Præterea quadrata ab *eb*, *mn* , *k l*, quia sunt in ratione quadratorum ab A *n* , *k l* , A*f* , id est in ratione quadratorum ab AZ , A*b* , A*e* habebunt eodem modo calculum Geometricum ab Arithmetico diversum sicut illa , nempe ut per Regulam auream quadratum ab A*k*, vel *kl* majus justo sit quanto majus est $\frac{2}{5}$ quam $\frac{1}{4}$ sive $\frac{2}{8}$ unius unitatis.

Postremò , quia quadratum à CG (16) est ad quadratum à Z*c* (10 , ut 16 ad 10 , sive ut 10 ad $6\frac{1}{4}$ quadratum ab *e b* sive A*e* (ut ante ostensum est) erit $6\frac{1}{4}$, quod consentit cum calculo Geometrico. Sed quadrata illa non sunt immediata , quia interponuntur quadrata ab YQ & *b* L.

Neque mirum videri debet si calculus per Regulam auream producat numerum majorem quam calculus per ipsa plana Geometrica. Nam numerus est quantitates discretæ , in quibus una cum altera nihil habet commune , sed tot revera sunt res numeratæ quot numerantur. Quadrata autem hæc sunt quantitas una continua , quæ (cum habeant quatuor latera unumquodque non contigua sed continua) quoties multiplicantur , toties singula latera eadem numero numerantur, id est unumquodque latus multiplicatur , & proinde faciunt numerum quadratorum justo majorem.

Hæc fusè , & (ut credo) perspicuè explicui , ut sciant tandem Geometræ qui plana metiri consueverunt per Regulam auream vel per Algebram , frustra se facere.

P R O P. X I.

Si à centro A ducatur recta A a *dividens arcum PV biſariam, ſecanſque latus CG in* a, *erit G* a *Tangens arcus 30 graduum.*

DUcatur recta O *o* parallela lateri AC, ſecans latus BA in *o*, & arcum BC in *r*, & ducta B *r* producatur ad latus CG, illa recta abſcindet Tangentem 30 graduum, facietque cum GC angulum æqualem $\frac{2}{3}$ ſive $\frac{8}{12}$ anguli recti. Rurſus, quia duo arcus CV, LP ſunt æquales, etiam totus arcus CL ſecabitur ab A *a* biſariam.

Eſt ergo angulus CA*a* quarta pars recti, & angulus C *a* A, ſive BA *a* tres quartæ unius recti, ſive $\frac{9}{12}$ unius recti, & angulus AB *r* æqualis $\frac{8}{12}$ unius recti.

Anguli autem C*a*A, & AB *r* faciunt $\frac{17}{12}$ unius recti.

Ergo producta recta B *r* donec occurrat ubicunque rectæ C*a*, faciet cum ea angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti. Nam $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$ & $\frac{7}{12}$ faciunt $\frac{24}{12}$ id eſt duos rectos, id eſt angulum æqualem omnibus ſimul angulis qui conſtitui poſſunt ſuper unam rectam in quocunque puncto ad eaſdem partes.

Itaque producta B*r* incidet in *a*; & propterea G*a* æqualis eſt Tangenti 30 graduum.

Coroll. Recta G *i*, quæ oſtenſa eſt æqualis arcui BC, æqualis quoque eſt rectæ compoſitæ ex ſemidiametro circuli & Tangente 30 graduum.

Item A*i* quæ diviſa eſt biſariam à *kl*, dividitur quoque biſariam à recta A*a*; & *a i* æqualis eſt lateri BA.

Item manifeſtum eſt quod B*a* Secans arcus 30 graduum, tranſit per *b*. Producta enim *e b* ad BG in *q*, erit B*q* æqualis A*e*; & *qb*, *q*G æquales; & cum BG plus G*a*, BG ſive B*q* plus *qb*, & ipſa B*q* ſint continue proportionales, erit ut B*q* ad *qb*, ita CG ad G*a*. Ducta ergo B*b* incidet in punctum *a*.

DVPLICATIO CVBI

PROP. XII.

Latus Cubi Sphæræ circumſcripti additum lateri cubi in eadem Sphæra inſcripti rectam conſtituunt æqualem ſemiperimetro maximi in Sphæra circuli.

CUbus enim Sphæræ circumſcriptus habet pro latere BG. Eſt autem BG æqualis diametro Sphæræ Cubo inſcriptæ, cujus latus eſt ipſa BG.

Quadratum autem à BG triplum eſt quadrati à G*a*. Latus ergo Cubi Sphæræ inſcripti eſt ipſa G*a*.

Sed utrumque ſimul latus Cubi circumſcripti & inſcripti, nempe BG & G*a* oſtenſa ſunt æqualia rectæ G*i*, quæ recta oſtenſa eſt æqualis arcui BC. Arcus autem BC æqualis eſt ſemiperimetro maximi circuli inſcripti Cubo cujus latus eſt BG.

Recta A*s* quæ tranſit per interſectionem arcus CL & rectæ Z*c*, tranſit per cæteras omnes interſectiones arcuum & rectarum ſimiles & inter ſe æqualium. Oſtenſum enim eſt, æquales eſſe inter ſe arcum CL, & rectam Z*c*.

Manifeſtum item eſt Cubum à CG duplum eſſe Cubi à Z*c*; & Cubum à Z*c* duplum eſſe cubi ab *eb*; & Cubum ab *eb* duplum eſſe Cubi à *kl*, ſive A*k*.

Conſtat item, ſi in recta GH, quæ eſt dupla GC ſumatur G*p* quæ ſit dupla A*e* (cum G*i* ſit dupla Z*c*) quatuor rectas GH, G*i*, G*p*, GC eſſe continuè proportionales. Itaque poſito Cubum à GH eſſe 64, Cubus à G*i* erit 32, Cubus à G*p* 16, Cubus à GC 8, Cubus à Z*c* 4, Cubus ab *eb* 2, Cubus à *kl*, vel A*k* 1.

Item Sphæram medio loco proportionalem eſſe inter Cubum à ſui ipſius diametro, & Cubum à quadrante perimetri circuli ſui maximi.

Etiam latera quinque figurarum regularium in hac Figura 2ª diſtinguuntur ſicut ſequitur. Si centro P, intervallo PY vel PQ, deſcribatur circulus, latus pentagoni circulo huic inſcripti erit latus Icoſaedri inſcripti Sphæræ cujus diameter eſt O*o*, centrum *l*. Nam quadratum ab YP

vel PQ æquale est quinque quadratis à quinta parte diametri O*o* vel GC. Cum enim quadratum à GC æquale sit 25 quadratis à quinta sui parte, quadratum ab YQ æquale erit 20 quadratis à quinta parte ejusdem GC vel O *o*. Ergo quadratum ab YP vel PQ, nempe quarta pars quadrati, ab YQ æquale est quinque quadratis à quinta parte diametri O*o*. Quare (per Euc. 13. 16.) latus Icosaedri Sphæræ inscripti cujus diameter est O *o* æquale est lateri Pentagoni inscripti circulo cujus diameter est YQ.

Latus Cubi eidem Sphæræ inscripti est recta G *a*, vel C *i*, nempe Tangens 30 graduum in Circulo cujus semidiameter est BC. Nam BC (sive O *o*) triplum potest Tangentis 30 graduum, ideoque (per Euc. 13. 15) G *a* est latus Cubi inscripti eidem Sphæræ.

Latus Dodecaedri in eadem Sphæra inscripti est majus segmentum rectæ G *a* (id est lateris Cubi) extrema & media ratione secti (per Euc. 13. 17.)

Latus Tetraedri æquale est rectæ quæ subtendit angulum rectum in triangulo cujus utrumque latus circa angulum rectum æquale est lateri Cubi G *a*. Nam subtensa illa duplum potest rectæ G *a*. Quare potentia diametri O *o* potentiæ illius subtensæ erit sesquialtera. Itaque subtensa illa est latus Tetraedri in eadem Sphæra inscripti (per Euc. 13. 13.)

Postremò, latus Octaedri eidem Sphæræ inscripti est A *l*, sive chorda quadrantis, maximi in eadem Sphæra Circuli, cujus quadratum est dimidium quadrati ab O *o*; ideoque latus est Octaedri in eadem Sphæra inscripti (per Euc. 13. 14.)

Contra libellum hunc prodiit nuper Geometriæ in Academia Oxoniensi Professoris publici, typis Academicis Academiæ in prima pagina impressum habens sigillum, Confutatio; nimirum, ut scirem certamen mihi fore contra Geometriam Academicam; scio, atque etiam contra Geometras hodiernos fere universos. Video adversariorum magnum exercitum. Si non rationibus, sed fustibus decernendum esset, metuerem. Nunc non metuo. Hoc volui. Dignum habere adversarium, si non virtute, saltem numero volui; volui etiam Arithmeticam istam speciosam provocare, ut cum præstigias quas in Geometria facere solita est; simul omnes publicè ostentasset, totum illud artificium detectum à Geometria in perpetuum ablegarem.

AD PROP. I.

Confitetur Professor Academicus, si PQL; CYP. Sunt æqualia, totum Triangulum AYQ æquale esse Sectori ACL. Reprehendit quod non sit Demonstratum. Ego vero demonstratione indigere apud Logicæ peritissimos non potui credere.

Secundò, *Satis* (inquit) *est ad confutationem Propositionis* meæ *disjunctivæ quod non sit* à me *demonstrata. Non enim sibi* (dicit) *incumbere probare falsam esse, sed mihi incumbere probare veram esse.* Vide, Lector, ingenium hominis Mathematici, etiam extra Geometriam. Mihine incumbit demonstrare esse veram? Quid est demonstrare præterquam docere? Meum ergo est docere Professorem Publicum. Ille me accusat falsi. Ad quem pertinet Probatio, ad Accusatum an ad Accusatorem? Egone doceam Professorem hunc publicum? Qua lege, quo merito hominis maledici? Sed nunc faciam (puto) ut tum ille, tum sequaces illius demonstrationes meas intelligant melius quam vellent.

Tertiò, ut probet triangulum AYQ & Sectorem ACL non esse æqualia, assumit ut demonstratum ab Archimede, Perimetrum circuli ad Diametrum in minore ratione esse quam 22 ad 7. Id vero neque ab Archimede demonstratum est, neque illius methodo demonstrari potest. Procedit enim per extractionem Radicum, assumitque Radicem numeri quadratorum in quadrato maiore contentorum, esse totius quadrati latus; quod est manifestè falsum. Nam Radix numeri quadratorum est numerus aliquis quadratorum, non aliter quam Radix 100 lapidum, est 10 lapides.

Contra Propositionis hujus Corollaria nihil objicit præterquam, Quod procedunt ex suppositione, *quod* PQL *&* CYP *sunt tum inter se æqualia, tum simul sumpta æqualia* PAV. Bene est. Quoniam ergo utraque hæc æqualitas ita manifestè demonstrata, ut à nemine unquam refellenda sit; tum Propositio ipsa prima, tum utrumque ejus Corollarium in tuto sunt. Objectiones ejus contra propositionem secundam differamus, ut ad cæteras objectiones ejus quæ ad plana pertinent continuè respondeamus.

AD PROP. III.

Contra hanc objicit, falsam esse propterea quod *labem contraxerit* ex Prop. 1. *Assumens quadratum ab* YQ *æquale esse Quadranti* ACB.

Resp. Quoniam ergo ita clarè demonstratum est ut dubitari amplius

non possit quin quadratum ab Y Q æquale sit quadranti, Propositio hæc cum sua demonstratione salva est.

AD PROP. IV.

RVit (inquit) Propositio hæc quarta cum præcedente ex qua dependet, sicut & Corollarium ejus.

Respondeo veram ergo esse tum Propositionem, tum Corollarium ejus, quia Propositio præcedens manet inconcussa.

AD PROP. V.

PRopositionem hanc quintam, nempe [Z *c* *h* L, *e* *b*, sive A Z, A *b*, A *e*, esse continuè proportionales] concedit esse veram.

Corollarium autem utrumque negat. Quorum primum est, *rectam* AQ *æqualem esse duplæ* e b.

Manifestum est Quadratum ab A *b*, duplum esse Quadrati ab A *e*, vel *a b*, sed Quadratum A *b*, æquale est Quadrato ab AY. Est autem Quadratum ab A Q duplum Quadrati ab A Y. Ergo Quadratum ab A Q quadruplum est Quadrati ab *e b*. Itaque recta A Q dupla est rectæ *e b*.

Secundum Corollarium erat [arcum Z *n*, ductum Radio AZ, terminatum in A G, & rectam A *a*. Secare rectam A O, in eodem puncto.]

Miror illum rem tam manifestam videre non potuisse.

Concessit enim ad Propositionem hanc) rectas Z *c*, *h* L, *a b*, sive AZ, A *b*, A *e*, esse continuè proportionales. Quomodo ergo videre non potuit easdem esse continuè proportionales, in ratione 5 ad 4. cum Quadratum ab AZ, ad Quadratum ab AY, id est Quadratum ab A *n*, ad Quadratum ab A *b*, sit ut 4 ad 5, atque etiam Quadratum ab A *b*, sit ad Quadratum ab AL, ut 4 ad 5, quomodo ignorare potuit, Quadratum ab AL, ad Quadratum ab A *c*, esse ut 4 ad 5; atque adeo omnes rectas A *n*, A *b*, AL, A *c*, AQ, AG, esse continuè proportionales, sicut & rectas omnes C G, Y Q, Z *c*, *h* L, *e b*, *m n*, A C, A Y, A Z, A *b*, A *m*, & proinde omnes ipsarum arcus secaturos omnes parallelas quemadmodum arcus C L, secat parallelam Y Q in recta AO, ad P, vel ut arcus Y *b*, secat parallelam Z *c*, in AO, ad *d*?

Præterea quomodo videre non potuit, quod sicut AQ, dupla est *e b*, ita A *c*, dupla sit *m n*. Et AL, dupla *k l*, & proinde septem rectas AC, AY, AZ, A *b*, A *e*, A *m*, esse continuè proportionales, & duas AZ, A *e*, esse medias inter totam AC, & semissem ejus A *k*? Probatum ergo est hoc loco Cubum ab AC, duplum esse Cubi ab AZ, & Cubum ab AZ, duplum

duplum esse Cubi ab *eb*, & Cubum ab *eb*, duplum esse Cubi ab A*k*.

Itaque perfectissime demonstratum est ex iis quæ ille concessit & omnes sciunt vera esse, id quod demonstrare ab initio propositum erat.

Videant nunc Geometræ omnes qui sunt vel erunt, an convellere hæc poterunt. Sin firma sint, videant an Argumenta Professoris, quæ hic & in sequentibus in contrarium adducit Arithmetica, digna sint responsione, & an Professor iste Demonstrationum in Geometria Judex idoneus fuerit, videant porrò si quæstio deinceps inter me & Arithmeticos de hac re, alia esse possit, quam de rationum numerorum in Geometria ineptitudine. Illis autem Professor Prop. 5. 7. 9. 10. 11. & 12 solis utitur.

AD PROP. VI.

PRopositionem hanc absolvit. Sanæ ergo sunt cum suis Corollariis 1ᵘ. 3ᵘ. 4ᵘ. 5ᵘ. & 6ᵘ.

AD PROP. VII.

SEptima est [Quadratum ab AZ, vel Z*c* æquale est decem quadratis à quartâ parte Radii] quam dicit esse falsam; & rectas AO, AZ, pro æqualibus sumptas esse gratis.

Tuum est, Lector, hoc dijudicare Quadratum ab A O æquale est quinque quadratis à dimidiâ G C, id est, quadratum ab A O est æquale viginti quadratis à dimidiâ G C. Nullum hîc dubium est. Quare, centro A, Radio A O, si ducatur arcus circuli secans A G in *c*, quadratum ab A *c* æquale erit 20. quadratis à quartâ parte G C, sive 20. decimissextis totius quadrati à G C, & propterea quadratum à Z *c* æquale est 10. decimissextis à G C.

Itaque, absurdè fecit Professor destruere conatus quod antè non modò confessus erat, sed etiam in Objectionibus suis ad quintam propositionem demonstraverat; nimirùm Z *c*, *h* L, *e b*, & proindè etiam A *c*, G L, A *b*, esse continuè proportionales. Non potuit enim non vidère quadratum ab A L, sive ab A C ad quadratum ab A Y sive A *b*, esse ut 5. ad 4, Et per consequens, quadratum ab A *c* ad quadratum ab A L, esse etiam ut 5. ad 4, ideoque A O, A *c*, esse æquales.

Ex eo autem quod quadratum Z *c* æquale est 10. decimissextis quadrati GC, sequi (quod absque eo manifestum est) quadratum ab *h* L, æquale esse 8. decimissextis, sive dimidio quadrati à G C; Et per consequens etiam A *h*, A *e*, A *m*, A *k*, & præterea A C, A Z, A *e*, A *k*, esse con-

tinuè proportionales; quæ eſt duplicatio Cubi ex ipſius Profeſſoris conceſſis.

Sed eadem rurſus demonſtratione ſuâ evertit, cujus ſententia hæc eſt.

Si GC, diviſa ſit quinquefariàm, quadratum totius erit æquale 25. quadratis à parte ſui quintâ. Et quia recta A Z, vel Z c, eſt $\frac{4}{5}$ rectæ GC; quadratum à Z c, æquale erit $\frac{16}{25}$ quadrati à G C. Sed $\frac{16}{25}$ majus eſt quàm $\frac{12}{16}$.

Vera hæc eſſe agnoſco, & quadratum hoc numericum eſſe 25. quorum quadratum Z c eſt 16, & ſingula diſtincta à ſibi proximis, tribus longitudinibus ſine latitudine, quarum (per Euclidem) duæ ſunt ipſorum quadratorum contiguorum termini. Tertia eſt inter illos terminos media. Atque hæc à Geometrarum Principiis verè derivantur, quanquam aliquibus fortaſſe inepta videbuntur. Sed quomodocunque accipiantur, rationem continuam rectarum prædictarum A C, A Y, A Z, &c. non tollunt; & per conſequens neque duplicationem cubi, quæ ſuis ſtat Principiis; neque impediunt quin G i, ſive dupla Z c ſit æqualis arcui B C, ut in Prop. 1. & 3. demonſtratum eſt.

Examinemus autem quadratum hoc numericum Profeſſoris. Quoniam (ut ſupponit) quadratum à Z c eſt $\frac{16}{25}$ quorum quadratum à G C eſt $\frac{25}{25}$, & quadratum ab Y Q, $\frac{20}{25}$. Quadratum autem ab A c $\frac{20}{16}$, quod minus eſt quàm $\frac{16}{25}$; erit A O major quàm A c. Eſt autem quadratum ab A G duplum quadrati à G C; erit ergò $\frac{50}{25}$, & quadratum ab Y Q, $\frac{40}{25}$, & quadratum ab A O $\frac{32}{25}$; Quæ rationes, nempe 5. ad 4. conveniunt cum rationibus rectarum A G, A Q, A c. Quare contra id quod demonſtrare voluit A O, A c ſunt æquales.

Etiam falſum eſt quod quadratum ab A O, vel A c æquale ſit $\frac{32}{25}$ quadrati à Radio.

Quadratum enim à Radio eſt 25. Ergò quadratum à ſemiradio eſt 6. $\frac{1}{4}$. Quare quadratum ab A O, eſt 31 $\frac{1}{4}$. Non eſt ergò quadratum ab A O $\frac{32}{25}$. Quadratis ab A G, A Q, A c, A L reſpondent numeri hi. 1250. 1000. 800. 640.

Quadratum (juxtà methodum meam) à Radio eſt 16. Quadratum ab A O 20. Quadratum ab A Q 25, & quadratum ab A G 31 $\frac{1}{4}$. Uterque ergò calculus Arithmeticus mei & illius, conſentiunt, quatenus rectè computatur; ſed ille (ut manifeſtum eſt) malè computavit.

Quadratum ergò (inquiet) ab A G, nonne duplum erit quadrati à Radio? Ita quidem duplum erit, ſed calculo arithmetico nunquam demonſtrabitur, propter differentiam inter continuam quantitatem & diſcretam.

cretam. Ad quam rem plura ex differentiâ illâ argumenta sunt. 1°. Quod inter duos numeros raro interponi medius potest. 2°. Quia calculus Arithmeticus separat quadrata per tres lineas (ut modò dixi) puras, *i.* nihilias, quas calculus Geometricus non recipit. 3°. Quia ex duabus rectis A Z, Z *c*, longitudine æqualibus, altera A Z verè & propriè est rectangulum, altera Z *c* trapezium. Item rectæ omnes quæ vocantur latera triangulorum sunt & ipsæ triangula. 4°. Et præcipuè quia Arithmetica nihilo magis pertinet ad Geometriam, quàm ad aliam quamlibet scientiam. In Geometriâ nulla est radix, nullum quotiens. Itaque, qui ex operationibus Arithmeticis Theoremata Geometrica demonstrare velle didicerunt, operam & tempus perdiderunt.

Quantumcunque autem in numeris sit quadratum ab A *c*, rectas tamen A Z, Z *c* simul sumptas æquales esse arcui B C, in præcedentibus satis demonstratum est.

Cæterùm, erige animum Professor. Nuntio enim tibi, nisi diagonalis A G & recta B *i* ita se mutuò secent, ut ex quatuor partibus, maxima quæ terminatur in *i* sit secans 30. graduum sumptorum in arcu B C; & proxima illi, quæ terminatur in G sit sinus arcûs 60. graduum in eodem circulo; & proxima huic quæ terminatur in B, sit secans, arcûs 30. graduum in circulo cujus radius est B *q*, vel A *c*; Et minima quæ terminatur in A, sit sinus arcûs graduum 60. in eodem circulo, cujus radius est B *q*, vel A *c*; Omnia quæ in præcedentibus visus sum mihi demonstrasse, falsa esse. Dependent enim à præcedentibus nexu necessario, & facilè indè deduci possunt à mediocri Geometrâ. Accingere ergò ad spem novam, & Geometriæ tuæ nervos (si quos habet) intende omnes.

Quæres fortasse dissensionis inter calculum Arithmeticum & Geometricum quæ sit causa, & meum esse dices (quæ est tua Iustitia) causam assignare. Redde prius gratiam debitam pro multis Problematibus quibus Geometriam jamdudum amplificavi. Non solet (inquies) fieri. Rectè hoc. Faciam ergo gratis.

Intelligatur Sector quadrantalis A B C dividi à rectis lineis ad centrum A numero quocunque ductis sine latitudine. Horum Sectorum vertices erunt tot puncta, quot sunt factæ partes totius Sectoris A B C. Quare angulus rectus B A C continebit tot Sectorum exiguorum vertices quot sunt in quadrante A B C sumptæ partes. Sectorum igitur horum exiguorum latera non concurrent in puncto A, sed ipsum divident. Concurrent ergo extra A, nempe G A extra quadratum producta.

Posita ergo A *c* 32, recta sumpta à puncto hoc extra quadratum indivisibili, si fiat ipsi A *c* æqualis, cadet infra *c*. Et huic addita *c* Q cadet infra

infra Q. Et huic rurſus addita Q G cadet infra G. Et tres illæ lineæ ſunt æquales tribus A *c*, A Q, A G, & in eadem ratione.

Cauſa ergo quare calculus Arithmeticus differt à Geometrico hæc eſt, quod linearum ſine latitudine nihilitas facit ut calculus Arithmeticus incipiat extra quadratum, & calculus Geometricus incipit in ipſo quadrato ad punctum A.

Diſtantia autem quæ eſt inter A & concurſum rectarum (latitudine carentium) in G A producta, erit in calculo Arithmetico *unitas*.

AD PROP. VIII.

PRopoſitio 8ª hæc eſt [viginti quinque Quadrata à quinta parte arcus B C, vel rectæ G *i*, æqualia ſunt decem Quadratis à ſemiradio CO.]

Falſum eſſe dicit, primò, quia arcus BC, non eſt æqualis rectæ G *i*.

Quoniam ergo in prima & tertia, æqualitas hæc aperte demonſtrata eſt, tollitur hæc objectio. Secundò, quia Quadratum à G *i*, non eſt æquale decem Quadratis & ſemiradio.

Quia hoc etiam iterum demonſtratum eſt ad quintam; & oſtenſum eſt ad ſeptimam, argumenta ejus numerica omnia eſſe vitioſa, firmæ ſunt 1ª: 3ª. 4ª 5ª 6ª 7ª & 8ª.

AD PROP. IX. X.

OBjectiones contra nonam & decimam refutatæ ſunt in reſponſione mea ad ſeptimam; unaque quæ in illius operibus ſunt Geometrica (quæ quidem ſua ſunt) omnia confutata, ut quæ falſis Principiis innituntur.

AD PROP. XI.

COntra undecimam, quæ hæc eſt [ſi ducatur recta A *a*, dividens arcum P V bifariam, ſecans latus C G in *a*, erit G *a*. Tangens arcus 30 graduum.] Primò ſupputationem ſuam objicit hanc; [Eſt angulus C A *a*, $= \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Et A B *r*. $= \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ unius Recti. Ergo C A *a*, + A B *r*, ſunt $\frac{11}{12}$ unius recti, non $\frac{17}{12}$.] Vide Lector an dubitari poſſit, quin ſcribendum eſſet pro C A *a*, C *a* A, errorque eſſet Typographi, quem quidem in ſuo libro emendare, ſed neque objicere, neque

neque recitare debuit Lector candidus. Quod autem ad Propositionem seriò opponit, hoc est; *quod punctum concursus rectarum* B r, *& A* a, *erit extra Quadratum.*

Bene est. At rectæ A *a* positio mutari non potest. Sed fieri (inquit) potest ut B *r*, producta non transeat per *a*, quia G *a*, major est quam vera Tangens 30 graduum. Cæterùm B *r*, concurrens cum A *a*, producta faciet angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti. Hæc ille. Concedit ergo rectam B *r*, ut vult productam, Secantem esse arcus 30 graduum in Quadrato descripto lateribus æquidistantibus à lateribus Quadrati A B G C. Quare à puncto concursus rectarum B *r*, & A *a* ducta Secans arcus 30 graduum in Quadrato exteriore, parallela erit rectæ B *r*, & propterea recta B *r*, producta incidet in *a*, quod negavit ille. Propositio ergo hæc undecima manet inconcussa.

Quod autem sequitur [Tangens anguli graduum $\frac{22}{27}$ $\frac{1}{2}$ & Tangens graduum 30 simul sumptæ sunt toto Radio minores] Affirmat ille falsò & sine demonstratione, confidens Tabulis Secantium, sinuum & Tangentium, quæ falsæ sunt, ut quorum calculus dependet ab extractione Radicum Quadratarum, quæ non sunt latera Quadratorum, neque omnino lineæ. Nam in Quadrato A B G C, quatuor sunt Quadrata à recta C O. Si ergo ex 4 extrahatur Radix; erit illa Radix duo. Duo quæ? Non sunt duo Nihila. Quæ sunt ergo res illæ duæ? Non sunt duo Caballi. Sunt ergo duo Quadrata, quorum Quadratum A B G C est 4. Sunt autem illa duo (Radix illorum quatuor) æqualia rectangulo A O, quare Radix Quadrati ab A C est A O, quam Radicem, Geometræ mixti sumunt pro latere A C.

Quod autem Tangens 30 graduum una cum recta G L æqualis sit Radio C G, manifestum est, ex eo quod A *a*, dividit Sectorem A C L bifariam. Nam si ducta intelligatur recta L *a*, erunt C *a*, & L *a*, æquales, & angulus G L *a*, rectus, & propterea (quia angulus *a* G L est semirectus erunt G L, L *a*, æquales. Quoniam ergo G *a*, & *a* C simul sumptæ sunt æquales Lateri C G, etiam G *a*, & G L, simul sumptæ æquales sunt eidem G C. Quanta autem G L vel C *a*, sit in numeris non examinabo, cum sciam esse incertum ab ipsa Tabularum constructione falsa.

AD PROP. XII.

PRopositio duodecima est [Latus Cubi Sphæræ circumscripti additum lateri Cubi in eadem Sphæra inscripti rectam constituit æqualem Semiperimetro maximi in Sphæra Circuli.]

Negat hanc esse veram, quia Quadratum (inquit) à B G non est triplum Quadrati à G *a*, propterea quod B*r*, producta non transibit per *a*.

Huic objectioni responsum est in responsione ad objectiones proximè superiores.

Negat deinde rectam A *s*, transituram per omnes inter sectiones arcus Z *n* cum *b* L &c; eo quod A C, A Y, A Z, A *b*, &c: non sunt continuè proportionales.

Sed proportionales esse ad Prop. 5 iterum demonstratum est. Possem etiam (si vellem tanti emere maledicta,) demonstrare quod recta ducta per D & G transiret per *s*, atque ductam B *s*, æqualem esse rectæ Y Q. Item rectam A O mediam esse Proportionalem inter totum arcum B C, & dimidium ejusdem, B L. Sed relinquo hæc Professori Saviliano demonstranda.

Quarto, negat Cubum à Z *c*, duplum esse Cubi ab *e b*, quia non sunt (inquit) C G, Z *c*, *e b*, *k l*, continuè proportionales.

Ego vero eas esse continuè proportionales demonstravi iterum ab Prop. 5.

Omnes ergo Propositiones meæ (Excepta secunda) à Professore publico incolumes sunt.

AD PROP. II.

IN secundâ, ut nunc editâ, inventus est Sphæræ æqualis Cubus, nisi & hanc confutaverit Professor. Triumphabit tamen quod nisi ille priorem reprehendisset à me inventus non fuisset. Et profectò, si ille postquam errorem meum detexisset, etiam correxisset, id est, Cubi ad Sphæram rationem invenisset, in partem aliquam hujus laudis, venire potuisset. Sed illi impossibile hoc erat, propterea quod rationem inventam Circuli ad Quadratum & demonstratam, intelligere non potuit.

In demonstratione secundæ Propositionis priore, confiteor me errasse; sed errorem quem? Non qui à vitiosis Principiis ortus cætera etiam omnia corrumperet, sicut ille; nec ab ignorantia Problematum eminentissimorum quæ demonstrata sunt jam olim ab Archimede aliisque veteribus, sed ab eo, quod cum viderem quantum Quadrati Q R S T erat extra Circulum B C D E, tantumdem Circuli esse extra Quadratum, contemplans Plana in Sublimi, pronuntiavi securiùs quam oportuit idem de Sphæra & cubo. Neque est cur erubescam confiteri errorem meum, quem correxi ipse. Facile erat non modo Professori, sed etiam cuilibet mediocri Geometræ, qui animum ad Diagramma applicaret cognoscere, quod

Planum

Planum per latus R S Quadrati Q R S T, in fig. prima ductum, abſcindit à Sphæra non ſolidum ſub Q R & Plano P C θ, ſed Sphæræ Segmentum. Mirum ergo non eſt, nec laude aliqua Artis aut ingenii dignum hoc vidiſſe. Diligentia ſola opus erat, quæ invidis & malevolis nuſquam deeſt. Neque tamen ego indiligens omnino eram. Nam libelli mei exemplaria pauca ſine dedicatione in publicum emiſi, ut objectionibus Geometrarum cognitis, quicquid erraſſem (quemadmodum feci) emendarem, in quo mihi benè, correctoribus meis ſucceſſit male.

Ad Profeſſoris Epilogum.

Pugnavit Profeſſor in præcedentibus de Caſtello quodam in Geometria uno, & infeliciter. In Epilogo autem triumphos ſuos præteritos de cæteris ejus partibus annumerat, quas in operibus meis, non rectè tractatas antehac à ſe refutatas eſſe dicit. Quare autem? Quoniam *Monitione* (inquit) *opus eſſe videbatur qualis fuerim, ne magni nominis obtentu, aliis fraudi eſſem.* Non videntur mihi quæ hic dicit bene cohærere. *Ne aliis* (inquit) *fraudi eſſem.* Quibus aliis? An Geometris? At valde pauci aut nulli omnino ſunt, præter diſcipulos vel condiſcipulos illius, qui iiſdem utuntur Principiis quæ modo abſurda eſſe docui. Illi ergo non magis monitione opus habuere quam Profeſſor ipſe. Quos ergò monuit niſi illos qui ratiocinari quidem potuerunt, Geometriam autem nondum docti erant. Hos monuit, id eſt homines liberali ingenio præditos, Radicum Geometricarum, & Symbolographiæ neſcios, ſed ratione naturali, ne ſummis quidem Geometris inferiores monuit. Hi erant, apud quos magnum mihi nomen eſſe Profeſſori videbatur. Vide (Lector) Invidiam hominis Theologi. Quod viri boni de me non male ſentiant, valde lætor; nam, ut] nomen magnum mea ipſius prædicatione mihi compararem, aut ille ſibi arrogantia ſua, impoſſibile eſt. Eſt ergo aliquid in operibus meis propter quod nomen meum magnum eſt, quod in illius non eſt. Itaque Iudicantibus viris liberis prudentibusque, victum ſe eſſe confitetur. Sed unde accidit ut Profeſſor qui nomen meum magnum eſſe putat, ſuum eſſe non putat; cum toties me proſtraverit? Conquereretur forte de ignorantia judicantium. At cur non magnum nomen habet ille apud Algebriſtas? Quia impoſſibile erat. Sunt enim omnes ferè inter ſe æquales. Imò ſunt inter illos aliqui qui celeritate ingenii Profeſſorem longe ſuperant & multo plures veritates in eodem tempore quam ille confutare poſſunt.

Quomodo autem neceſſarium erat in Quæſtione Mathematica admonere quemquam *Qualis fuerim*? Dicere qualis fuerim, non eſt meum.

Qui conversatione mea usi sunt frequenter, illi dicant. Ego dicam tantum qualis non fuerim. Bellum erat civile; Ego in partibus contra Regem nunquam fui. Ego Epistolarum neque Regis, neque cujusquam qui à Rege steterit arcana aperui, aut inimicis prodidi. In lege Amnestiæ quæ sequuta est flagitium meum nullum nominatur. Ego illum non lacessivi, tantummodo respondi, ita ut commoveretur; quod flagitium non est. Conqueritur sicut puer, quia non vincit; cum tamen sui ipsius culpa sit, quod non videatur multis esse doctus. Ausculta paucis (ò Professor Academice) si vis esse aliquid, fac ut quæ scribis à quamplurimis intelligantur. Cave ergo à Symbolographia, nisi siqua omnibus cognita fuerit. Utilis fortasse esse potest tibi ipsi in musæo tuo; sed in populo, & extra Sectam tuam (Sectam dico Mathematicam) incantationis & imposturæ similis est. Recipe in animum tuum per cogitationem vehementem rerum ipsarum, non literarum aut sonorum imagines. In scientiis sequere rationem naturalem, sperne authoritatem Magistrorum. In vita civili sequere authoritatem publicam, sperne rationem privatam. Hoc si ita feceris, si non ditior, eruditior tamen fies. Opuscula illa tua, *Elenchum Geometriæ Hobbianæ*, *correctionem debitam*, *puncti dispunctionem*, *Hobbium Heautontimorumenon*, ne magni æstimes; nam puerilia, rustica, indocta, inficeta sunt. Neque ea ego quæ ad tua Respondi, digna censeo quæ à posteris legantur. Permitte maledicta emori Theologe. Ex Geometricis meis quæ durare vellem, & per te non peribunt, hæc sunt 1°. Quadratura circuli. 2°. Cubatio Sphæræ. 3°. Duplicatio cubi. 4°. Inventio mediarum quotcunque inter duas rectas datas. 5° Divisio Anguli dati in ratione data. 6° Inventio centri gravitatis semicirculi. 7° Doctrina rationum tota. 8° Scabiei quam Geometriæ affricuerat Arithmetica (quod meorum operum maximum esse judico) detersio. Lassesco jam, vale Lector, & tu quoque vale Professor Saviliane, & fruere unius & apertæ reprehensionis gloriola tua, sine invidia.

F I N I S.

280

